



Thermoelastic Analysis of Clamped-Clamped FG-CNTRC Cylinders by Using Higher-Order Shear Deformation Theory and Temperature-Dependent Material Properties

Duong Van Quang, Tran Ngoc Doan and Doan Trac Luat

EasyChair preprints are intended for rapid dissemination of research results and are integrated with the rest of EasyChair.

December 21, 2022

Tính toán vỏ trụ FG-CNTRC chịu tác dụng của tải trọng cơ nhiệt bằng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao và thông số vật liệu phụ thuộc nhiệt độ

Dương Văn Quang^{1,*}, Trần Ngọc Đoàn¹ và Đoàn Trắc Luật²

¹ Khoa Hàng không vũ trụ, Học viện Kỹ thuật Quân sự

² Khoa Cơ khí, Học viện Kỹ thuật Quân sự

*Email: duongvanquang@lqdtu.edu.vn

Tóm tắt. Bài báo thực hiện tính toán vỏ trụ bằng vật liệu nanocomposite có cơ tính biến thiên gia cường bằng ống nano cacbon (FG-CNTRC) với điều kiện biên ngàm hai đầu chịu tải trọng cơ nhiệt. Trường nhiệt độ trong vỏ trụ được giả sử phân bố theo độ dày và xác định theo phương trình truyền nhiệt. Các thông số đàn hồi của vật liệu có xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ. Sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao (HSDT) có tính đến ứng suất pháp tuyến để thiết lập hệ phương trình cân bằng cho bài toán nhiệt đàn hồi của vỏ trụ. Thực hiện giải hệ phương trình cân bằng bằng chuỗi lượng giác và phép biến đổi Laplace. Mô hình tính toán được kiểm chứng bằng cách so sánh với các nghiên cứu đã được công bố. Thực hiện khảo sát ảnh hưởng của kiểu phân bố CNT, tải trọng nhiệt đến phân bố nhiệt độ, chuyển vị, ứng suất của vỏ trụ FG-CNTRC chịu tác dụng đồng thời của tải trọng cơ nhiệt.

Từ khóa: nhiệt đàn hồi, vỏ trụ, FG-CNTRC, lý thuyết biến dạng cắt bậc cao.

1. Mở đầu

Kể từ khi được phát hiện bởi Iijima [1] năm 1991, CNT với đặc tính độ bền cao, trọng lượng riêng nhỏ, khả năng dẫn điện, dẫn nhiệt vượt trội [2] đã được lựa chọn làm thành phần hàng đầu cho vật liệu nanocomposite. Để phát huy tối đa hiệu quả sử dụng vật liệu CNT, Shen [3] đã đề xuất mô hình vật liệu FG-CNTRC đầu tiên vào năm 2009. Do tiềm năng to lớn của FG-CNTRC, vấn đề kết cấu tấm, vỏ bằng vật liệu FG-CNTRC trong môi trường nhiệt được nhiều nhà khoa học quan tâm.

Nhiều nghiên cứu đã xét nhiệt độ trong toàn bộ kết cấu là không đổi. Sử dụng HSDT và giả thiết trường nhiệt độ đồng nhất trong kết cấu, Shen và cộng sự đã khảo sát hiện tượng ổn định tĩnh của panel trụ FG-CNTRC [4], hiện tượng mất ổn định tĩnh của vỏ trụ FG-CNTRC [5] và uốn phi tuyến của panel trụ FG-CNTRC trên nền đàn hồi [6] trong môi trường nhiệt. D. G. Ninh và D. H. Bích [7] sử dụng lý thuyết vỏ cổ điển để nghiên cứu dao động phi tuyến của vỏ trụ FG-CNTRC có lớp áp điện bao quanh bởi nền đàn hồi chịu tải trọng cơ nhiệt với trường nhiệt độ không đổi. H. Van Tung và L. T. N. Trang [8] đã sử dụng lý thuyết vỏ cổ điển để khảo sát ổn định phi tuyến của panel trụ FG-CNTRC chịu đồng thời áp lực ngoài và nhiệt độ với nhiệt độ không đổi trong toàn bộ kết cấu. Sử dụng lý thuyết vỏ bậc nhất, D. T. Dong và cộng sự [9] đã khảo sát ổn định phi tuyến của vỏ FG-CNTRC có gân tăng cứng trong môi trường nhiệt bao quanh bởi nền đàn hồi với trường nhiệt độ không đổi trong toàn bộ vỏ. N. Van Thanh và cộng sự [10] đã khảo sát đáp ứng phi tuyến và dao động của vỏ trụ FG-CNTRC trên nền đàn hồi dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Reddy với nhiệt độ đồng nhất trong toàn bộ vỏ.

Một số các nghiên cứu có xét đến ảnh hưởng của tải gradient nhiệt (Thermal gradient loads) nhưng đã sử dụng giả thiết các thông số vật liệu không phụ thuộc vào nhiệt độ (Temperature independent properties). Trong những nghiên cứu này yếu tố nhiệt chỉ thể hiện ở phần biến dạng nhiệt. Alibeigloo sử dụng lý thuyết đàn hồi ba chiều để khảo sát tấm chữ nhật FG-CNTRC có biên tựa đơn [11], tấm chữ nhật FG-CNTRC có lớp áp điện với các cạnh biên tựa đơn [12] và panel trụ FG-CNTRC có biên tựa đơn [13] chịu tải trọng cơ nhiệt. P. T. Hieu và H. Van Tung [14] sử dụng lý thuyết cổ điển khảo sát hiện tượng ổn định tĩnh vỏ trụ FG-CNTRC có các cạnh biên tựa đơn chịu tải trọng nhiệt.

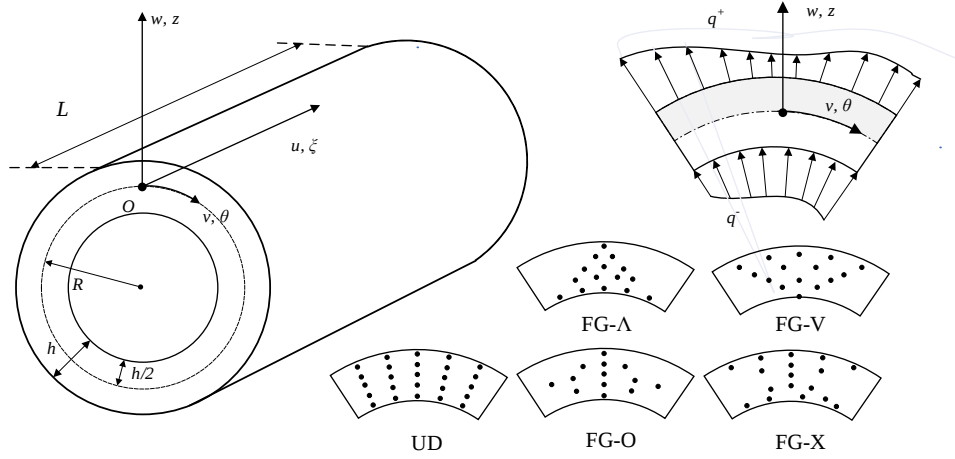
Có rất ít công bố đồng thời xét đến ảnh hưởng của tải gradient nhiệt và ảnh hưởng của nhiệt độ đến các thông số đàn hồi (Temperature-dependent properties) bên cạnh ảnh hưởng của biến dạng nhiệt.

Pourasghar và cộng sự đã nghiên cứu đáp ứng đàn hồi nhiệt của vỏ trụ FG-CNTRC trên nền đàn hồi [15], vỏ trụ FG-CNTRC gia cường bằng ống CNT đơn tường lượn sóng [16] chịu tải trọng cơ nhiệt có xét đến gradient nhiệt và thông số đàn hồi phụ thuộc nhiệt độ. Trong các nghiên cứu này, tác giả đã sử dụng hàm chuyển vị và phân bố nhiệt độ dạng chuỗi lượng giác để thỏa mãn điều kiện biên gôị tựa.

Bài báo này thực hiện nghiên cứu vỏ trụ FG-CNTRC có biên ngàm hai đầu chịu tải trọng áp suất có xét đến ảnh hưởng của tải gradient nhiệt. Nhiệt độ phân bố theo chiều dày và được xác định từ phương trình truyền nhiệt. Các thông số của vật liệu có xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ. Sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao có kể đến ảnh hưởng của ứng suất pháp tuyến [17] để thiết lập hệ phương trình cân bằng của vỏ. Thông số hiệu dụng của vật liệu FG-CNTRC được tính bằng quy luật trộn lẫn.

2. Mô hình tính toán và phương pháp giải

Xét vỏ trụ FG-CNTRC có chiều dài L , bán kính R , độ dày h như Hình 1. Sử dụng hệ tọa độ cong trục giao $O\xi\theta z$. Chuyển vị của một điểm trong vỏ theo các trục ξ , θ và z lần lượt được ký hiệu bởi u , v và w . Vỏ chịu tải trọng áp suất trong q^- và tải trọng áp suất ngoài q^+ và tải trọng nhiệt q^T .



Hình 1. Thông số vỏ trụ FG-CNTRC và các trường hợp phân bố CNT

2.1. Thông số vật liệu

Xét năm trường hợp phân bố tỷ lệ thể tích CNT theo chiều dày, bao gồm: phân bố đều (UD) và bốn trường hợp thay đổi tuyến tính theo chiều dày: FG-Λ, FG-V, FG-X và FG-O như Hình 1. Theo quy luật trộn lẫn, các thông số hiệu dụng của FG-CNTRC được xác định theo nhiệt độ như sau [6, 15]:

$$E_{11}(T) = \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT}(T) + V_m E_m(T), \quad \frac{\eta_2}{E_{22}(T)} = \frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}(T)} + \frac{V_m}{E_m(T)}, \quad \frac{\eta_3}{G_{12}(T)} = \frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}(T)} + \frac{V_m}{G_m(T)},$$

$$\alpha_{11}(T) = \frac{V_{CNT} E_{11}^{CNT}(T) \alpha_{11}^{CNT}(T) + V_m E_m(T) \alpha_m(T)}{V_{CNT} E_{11}^{CNT}(T) + V_m E_m(T)}, \quad (1)$$

$$\alpha_{22}(T) = (1 + \nu_{12}^{CNT}) V_{CNT} \alpha_{22}^{CNT}(T) + (1 + \nu_m) V_m \alpha_m(T) - \nu_{12} \alpha_{11}(T),$$

$$k_{11}(T) = V_{CNT} k_{11}^{CNT}(T) + V_m k_m(T), \quad \frac{1}{k_{22}(T)} = \frac{V_{CNT}}{k_{22}^{CNT}(T)} + \frac{V_m}{k_m(T)}, \quad \nu_{12} = V_{CNT} \nu_{12}^{CNT} + V_m \nu_m,$$

trong đó η_i ($i = 1, 2, 3$) là hệ số hiệu dụng của CNT. E_{ii}^{CNT} , G_{12}^{CNT} , ν_{12}^{CNT} , α_{ii}^{CNT} , k_{ii}^{CNT} lần lượt là mô đun đàn hồi, mô đun cắt, hệ số Poisson, hệ số nở nhiệt và hệ số dẫn nhiệt dọc theo các phương dọc ($i = 1$), phương ngang ($i = 2$) của CNT. E_m , G_m , ν_m , α_m , k_m là mô đun Young, mô đun cắt, hệ số Poisson, hệ số nở nhiệt và hệ số dẫn nhiệt của vật liệu nền. V_{CNT} và V_m là tỷ lệ thể tích của CNT và nền. Quan hệ giữa tỷ lệ thể tích CNT và vật liệu nền như sau:

$$V_{CNT} + V_m = 1 \quad (2)$$

Phân bố tỷ lệ thể tích CNT trong 5 trường hợp được tính như sau:

$$V_{CNT} = V_{CNT}^* \quad \text{cho mô hình UD} \quad (3.a)$$

$$V_{CNT} = 2(1/2 - z/h)V_{CNT}^* \quad \text{cho mô hình FG-}\Lambda \quad (3.b)$$

$$V_{CNT} = 2(1/2 + z/h)V_{CNT}^* \quad \text{cho mô hình FG-V} \quad (3.c)$$

$$V_{CNT} = 2(1 - 2|z|/h)V_{CNT}^* \quad \text{cho mô hình FG-O} \quad (3.d)$$

$$V_{CNT} = (4|z|/h)V_{CNT}^* \quad \text{cho mô hình FG-X} \quad (3.e)$$

Các thông số hiệu dụng khác của vật liệu được tính như sau:

$$E_{22} = E_{33}, G_{12} = G_{13} = G_{23}, \nu_{12} = \nu_{13}, \nu_{31} = \nu_{21}, \nu_{32} = \nu_{23} = \nu_{21}, \nu_{21} = \nu_{12} E_{22} / E_{11}, \alpha_{33} = \alpha_{22}, k_{33} = k_{22} \quad (4)$$

2.2. Hệ phương trình cân bằng

Trường chuyển vị của vỏ khi xét đến ứng suất pháp tuyến được khai triển như sau [17]:

$$u(\xi, \theta, z) = \sum_{n=0}^3 u_n(\xi, \theta) \frac{z^n}{n!}, v(\xi, \theta, z) = \sum_{n=0}^3 v_n(\xi, \theta) \frac{z^n}{n!}, w(\xi, \theta, z) = \sum_{m=0}^2 w_m(\xi, \theta) \frac{z^m}{m!}. \quad (5)$$

trong đó: $\xi = x/R$. Mối quan hệ chuyển vị - biến dạng được xác định như sau:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\xi &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{R+z} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right), \quad \gamma_{\xi\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{R+z} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \\ \gamma_{\theta z} &= \frac{1}{R+z} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{R+z}, \quad \gamma_{\xi z} = \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}. \end{aligned} \quad (6)$$

Mối quan hệ ứng suất – biến dạng của vỏ chịu tải trọng cơ nhiệt khi xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ đến thông số vật liệu được xác định như sau:

$$\begin{pmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11}(T) & C_{12}(T) & C_{13}(T) \\ C_{21}(T) & C_{22}(T) & C_{23}(T) \\ C_{31}(T) & C_{32}(T) & C_{33}(T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \beta_\xi \\ \beta_\theta \\ \beta_z \end{pmatrix} \Delta T; \quad \begin{pmatrix} \tau_{z\theta} \\ \tau_{\xi z} \\ \tau_{\xi\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{44}(T) & 0 & 0 \\ 0 & C_{55}(T) & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}(T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{z\theta} \\ \gamma_{\xi z} \\ \gamma_{\xi\theta} \end{pmatrix} \quad (7)$$

trong đó $\Delta T = T - T_{ref}$ và T_{ref} là nhiệt độ chuẩn khi đó không có biến dạng nhiệt. Các hằng số độ cứng C_{ij} khi xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ được xác định như sau:

$$C_{11}(T) = \frac{E_{11}(T)}{\Delta} (1 - \nu_{23}\nu_{32}), C_{22}(T) = \frac{E_{22}(T)}{\Delta} (1 - \nu_{31}\nu_{13}), C_{33}(T) = \frac{E_{33}(T)}{\Delta} (1 - \nu_{21}\nu_{12}),$$

$$C_{12}(T) = \frac{E_{11}(T)}{\Delta}(\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31}), C_{13}(T) = \frac{E_{11}(T)}{\Delta}(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}), C_{23}(T) = \frac{E_{22}(T)}{\Delta}(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}) \quad (8)$$

$$C_{44}(T) = G_{23}(T), C_{55}(T) = G_{13}(T), C_{66}(T) = G_{12}(T), \Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{32}$$

$\beta_\xi, \beta_\theta, \beta_z$ là các mô đun ứng suất liên quan đến hệ số giãn nở nhiệt α_{ii} xác định như sau:

$$\begin{Bmatrix} \beta_\xi \\ \beta_\theta \\ \beta_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{11}(T)\alpha_{11} + C_{12}(T)\alpha_{22} + C_{13}(T)\alpha_{33} \\ C_{21}(T)\alpha_{11} + C_{22}(T)\alpha_{22} + C_{23}(T)\alpha_{33} \\ C_{31}(T)\alpha_{11} + C_{32}(T)\alpha_{22} + C_{33}(T)\alpha_{33} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Sử dụng nguyên lý chuyển dịch khả dĩ ta thu được hệ phương trình cân bằng như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}}{\partial \theta} &= 0, & \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{\xi\theta}}{\partial \xi} + Q_\theta &= 0, \\ \frac{\partial Q_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - N_\theta - Rp_0 &= 0, & \frac{\partial M_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{\theta\xi}}{\partial \theta} - RQ_\xi &= 0, \\ \frac{\partial M_{\xi\theta}}{\partial \xi} + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - RQ_\theta &= 0, & \frac{\partial S_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial S_\theta}{\partial \theta} - M_\theta - RQ_z - Rp_1 &= 0, \\ \frac{\partial N_\xi^*}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^*}{\partial \theta} - RS_\xi &= 0, & \frac{\partial N_{\xi\theta}^*}{\partial \xi} + \frac{\partial N_\theta^*}{\partial \theta} - RS_\theta - Q_\theta^* &= 0, \\ \frac{\partial Q_\xi^*}{\partial \xi} + \frac{\partial Q_\theta^*}{\partial \theta} - N_\theta^* - RS_z - Rp_2 &= 0, & \frac{\partial M_\xi^*}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{\theta\xi}^*}{\partial \theta} - RQ_\xi^* &= 0, \\ \frac{\partial M_{\xi\theta}^*}{\partial \xi} + \frac{\partial M_\theta^*}{\partial \theta} - RQ_\theta^* - 2S_\theta^* &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Các lực suy rộng bao gồm hai thành phần do lực đàn hồi và do nhiệt:

$$\begin{aligned} (N_\xi, M_\xi, N_\xi^*, M_\xi^*) &= \int_{-h/2}^{+h/2} (C_{11}\varepsilon_\xi + C_{12}\varepsilon_\theta + C_{13}\varepsilon_z) \left(1 + \frac{z}{R}\right) (1, z, z^2/2, z^3/6) dz - (N_\xi^T, M_\xi^T, N_\xi^{T*}, M_\xi^{T*}) \\ (N_\theta, M_\theta, N_\theta^*, M_\theta^*) &= \int_{-h/2}^{+h/2} (C_{21}\varepsilon_\xi + C_{22}\varepsilon_\theta + C_{23}\varepsilon_z) (1, z, z^2/2, z^3/6) dz - (N_\theta^T, M_\theta^T, N_\theta^{T*}, M_\theta^{T*}), \\ (Q_z, S_z) &= \int_{-h/2}^{+h/2} (C_{31}\varepsilon_\xi + C_{32}\varepsilon_\theta + C_{33}\varepsilon_z) \left(1 + \frac{z}{R}\right) (1, z) dz - (Q_z^T, S_z^T), \\ (N_{\theta\xi}, M_{\theta\xi}, N_{\theta\xi}^*, M_{\theta\xi}^*) &= \int_{-h/2}^{+h/2} C_{44}\gamma_{\xi\theta} (1, z, z^2/2, z^3/6) dz, \\ (N_{\xi\theta}, M_{\xi\theta}, N_{\xi\theta}^*, M_{\xi\theta}^*) &= \int_{-h/2}^{+h/2} C_{44}\gamma_{\xi\theta} \left(1 + \frac{z}{R}\right) (1, z, z^2/2, z^3/6) dz, \\ (Q_\xi, S_\xi, Q_\xi^*, S_\xi^*) &= \int_{-h/2}^{+h/2} C_{55}\gamma_{\xi z} \left(1 + \frac{z}{R}\right) (1, z, z^2/2) dz, (Q_\theta, S_\theta, Q_\theta^*, S_\theta^*) = \int_{-h/2}^{+h/2} C_{66}\gamma_{\theta z} (1, z, z^2/2, z^3/6) dz. \end{aligned} \quad (11)$$

Thành phần lực do nhiệt được tính như sau:

$$\begin{aligned} (N_{\xi}^T, M_{\xi}^T, N_{\xi}^{T*}, M_{\xi}^{T*}) &= \int_{-h/2}^{+h/2} (C_{11}\alpha_{11} + C_{12}\alpha_{22} + C_{13}\alpha_{33}) \Delta T \left(1 + \frac{z}{R}\right) (1, z, z^2/2, z^3/6) dz, \\ (N_{\theta}^T, M_{\theta}^T, N_{\theta}^{T*}, M_{\theta}^{T*}) &= \int_{-h/2}^{+h/2} (C_{21}\alpha_{11} + C_{22}\alpha_{22} + C_{23}\alpha_{33}) \Delta T (1, z, z^2/2, z^3/6) dz, \\ (Q_z^T, S_z^T) &= \int_{-h/2}^{+h/2} (C_{31}\alpha_{11} + C_{32}\alpha_{11} + C_{33}\alpha_{11}) \Delta T \left(1 + \frac{z}{R}\right) (1, z) dz. \end{aligned} \quad (12)$$

Trong trường hợp nhiệt độ biến thiên theo phương bán kính của vỏ trụ và không có nguồn nhiệt biên trong cấu trúc vỏ thì nhiệt độ phân bố theo chiều dày của vỏ được xác định như sau [13]:

$$\frac{1}{R+z} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{33} r \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\text{Điều kiện biên nhiệt độ: } T = T_i \text{ tại } z = -h/2 \text{ và } T = T_o \text{ tại } z = h/2 \quad (14)$$

Đối với vỏ trụ kín, điều kiện biên ngàm được xác định như sau:

$$u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 0, \quad v_0 = v_1 = v_2 = v_3 = 0, \quad w_0 = w_1 = w_2 = 0, \quad (15)$$

2.3. Phương pháp giải

Thay biểu thức chuyển vị (5) vào các biểu thức từ (7-10) ta sẽ thu được hệ gồm 11 phương trình vi phân tương ứng với 11 ẩn chuyển vị. Hệ phương trình này có các hệ số chỉ phụ thuộc vào thông số hình học và vật liệu. Việc giải hệ phương trình vi phân nhận được bằng phương pháp phân tích theo chuỗi lượng giác đơn và phép biến đổi Laplace được trình bày trong công trình [17, 18]. Do khuôn khổ của bài báo có hạn, nên nhóm tác giả không trình bày chi tiết ở đây.

Từ biểu thức nghiệm chuyển vị thu được, các thành phần ứng suất phẳng σ_{ξ} , σ_{θ} , $\tau_{\xi\theta}$ được xác định theo phương trình (7). Các thành phần ứng suất cắt được xác định bằng cách tích phân phương trình cân bằng dựa trên lý thuyết đàn hồi 3 chiều như sau:

$$\begin{aligned} \tau_{\xi z} &= -\frac{1}{R+z} \int_{-h/2}^z \left[\left(1 + \frac{z}{R}\right) \frac{\partial \sigma_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{\xi\theta}}{\partial \theta} \right] dz; \quad \tau_{\theta z} = -\frac{R}{(R+z)^2} \int_{-h/2}^z \left[\left(1 + \frac{z}{R}\right) \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \left(1 + \frac{z}{R}\right)^2 \frac{\partial \tau_{\xi\theta}}{\partial \xi} \right] dz, \\ \sigma_z &= -\frac{1}{R+z} \int_{-h/2}^z \left[\left(1 + \frac{z}{R}\right) \frac{\partial \tau_{\xi z}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} - \sigma_{\theta} \right] dz + \frac{R-h/2}{R+h/2} q^-. \end{aligned} \quad (16)$$

3. Kết quả tính toán và nhận xét

3.1. Kiểm chứng mô hình và phương pháp giải

Để kiểm chứng, so sánh kết quả tính toán cho vỏ trụ FGM trong môi trường nhiệt với biên ngàm hai đầu với kết quả của Gharooni et. al [19] được tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Thông số hình học của vỏ: độ dài $L=0.8$ m, bán kính trong $r_i=0.04$ m, độ dày $h=0.02$ m; thông số vật liệu: $\mu_i=0.3$, $E_i=200$ GPa, $\alpha_i=12 \times 10^{-6}$ / °C, $k_i=20$ W / m.K; nhiệt độ mặt trong và mặt ngoài lần lượt là $T_i=125$ °C, $T_o=25$ °C; nhiệt độ tham chiếu là $T_{ref}=25$ °C. Mô đun đàn hồi E , hệ số nở nhiệt α , hệ số truyền nhiệt k được xác định như sau:

$$E(z) = E_i \left((R+z)/r_i \right)^n; \quad \alpha(z) = \alpha_i \left((R+z)/r_i \right)^n; \quad k(z) = k_i \left((R+z)/r_i \right)^n \quad (17)$$

Kết quả so sánh ứng suất pháp tuyến tại các vị trí khác nhau trong các trường hợp chỉ số tỷ lệ thể tích $n=-1; 0; 1$ ở Bảng 1 cho thấy mô hình và phương pháp giải đảm bảo độ chính xác.

Bảng 1 So sánh kết quả ứng suất của vỏ trụ FGM trong môi trường nhiệt

σ_z (MPa)	$n=-1$		$n=0$		$n=1$	
	Ref [19]	Bài báo	Ref [19]	Bài báo	Ref [19]	Bài báo
$z = -h/2$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$z = -h/4$	-13.032	-14.192	-14.964	-15.588	-17.096	-17.622
$z = 0$	-13.109	-13.363	-16.742	-17.001	-21.228	-21.401
$z = h/4$	-7.630	-7.181	-10.720	-10.356	-14.973	-14.766
$z = h/2$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

3.2. Ảnh hưởng của kiểu phân bố CNT

Xét vỏ trụ có biên ngàm hai đầu với 5 kiểu phân bố: FG- Λ , FG-V, UD, FG-O, FG-V. Thông số hình học của vỏ: $R=0.5m$; $L/R=5$; $R/h=10$. Vỏ chịu áp suất phân bố đều ở mặt trong $Q_0=10^7$ Pa, nhiệt độ mặt trong $T_{in}=300$ K và mặt ngoài $T_{out}=500$ K. Vật liệu được chế tạo từ (10,10) SWCNTs và nền PMMA. Mô đun đàn hồi và hệ số nở nhiệt của vật liệu nền PMMA theo nhiệt độ như sau [20]:

$$E_m = (3.52 - 34.10^{-4}T) \text{ GPa}, \alpha_m = 45(1 + 0.0005\Delta T).10^{-6}/K \quad (18)$$

trong đó nhiệt độ tham chiếu $T_0 = 300K$. Hệ số Poisson $\nu_m = 0.34$, hệ số dẫn nhiệt $k_m = 5W/mK$

Thông số của (10,10) SWCNTs tại một số nhiệt độ được cho ở Bảng 2 [16, 20].

Bảng 2 thông số vật liệu của (10,10) SWCNT tại các nhiệt độ

T	E_{11}^{CNT}	E_{22}^{CNT}	G_{12}^{CNT}	α_{11}^{CNT}	α_{22}^{CNT}	k_{11}^{CNT}	k_{22}^{CNT}
K	GPa	GPa	GPa	$10^{-6}/K$	$10^{-6}/K$	W/mK	W/mK
300	5646.6	7080	1944.5	3.4584	5.1682	3000	100
400	5667.9	6981.4	1970.3	4.1496	5.0905	3000	100
500	5530.8	6934.8	1964.3	4.5361	5.0189	3000	100
700	5474.4	6864.4	1964.4	4.6677	4.8943	3000	100

Giả thiết rằng các thông số vật liệu của CNT là một hàm đa thức của nhiệt độ như sau [16]:

$$P = P_0 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3 \quad (19)$$

trong đó P là thông số phụ thuộc vào nhiệt độ và các hằng số P_i xác định được ở Bảng 3.

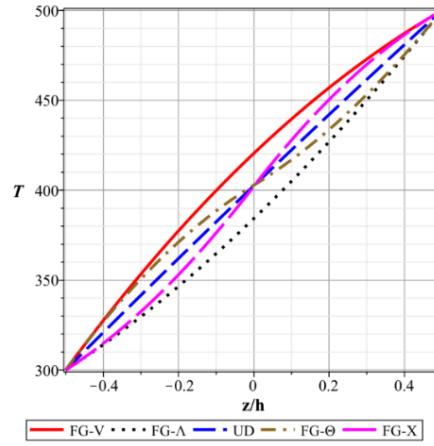
Bảng 3 Các hằng số của thông số vật liệu CNT phụ thuộc vào nhiệt độ

P	P_0	P_1	P_2	P_3
E_{11}^{CNT}	6.3998e12	-4.3384e9	7.4300e6	-4.4583e3
E_{22}^{CNT}	8.0216e12	-5.4204e9	9.2750e6	-5.5625e3
G_{12}^{CNT}	1.4076e12	3.4762e9	-6.9650e6	4.4792e3
α_{11}^{CNT}	-1.1252e-6	2.2917e-8	-2.8870e-11	1.1363e-14
α_{22}^{CNT}	5.43715e-6	-9.84625e-10	2.900e-13	1.2500e-17

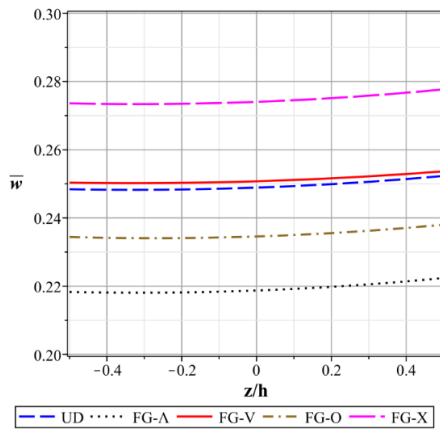
Các giá trị hiệu dụng của CNT: $V_{CNT}^* = 0.28$; $\eta_1 = 0.141$; $\eta_2 = 1.585$; $\eta_3 = 0.7\eta_2$;

Các đại lượng chuyển vị không thứ nguyên và áp suất không thứ nguyên được tính như sau:

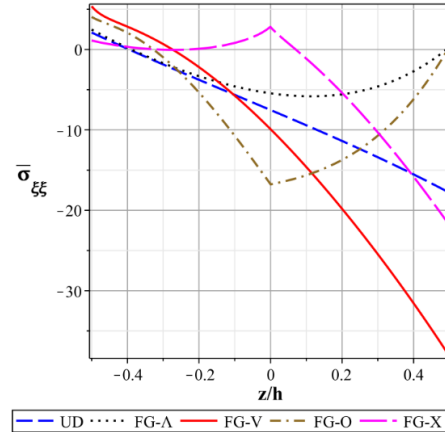
$$\bar{w} = w/h; (\bar{\sigma}_{\xi\xi}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}, \bar{\sigma}_{zz}, \bar{\tau}_{\xi\theta}, \bar{\tau}_{\xi z}, \bar{\tau}_{z\theta}) = (\sigma_{\xi}, \sigma_{\theta}, \sigma_z, \tau_{\xi\theta}, \tau_{\xi z}, \tau_{z\theta}) / Q_0 \quad (20)$$



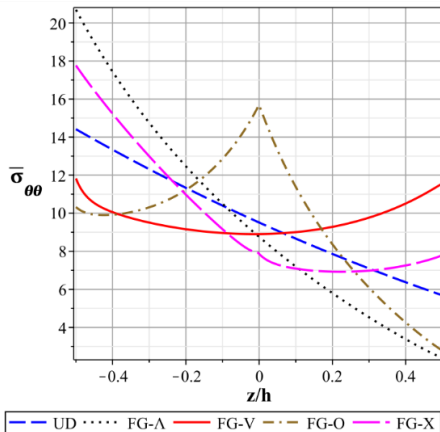
a) Phân bố nhiệt độ theo chiều dày



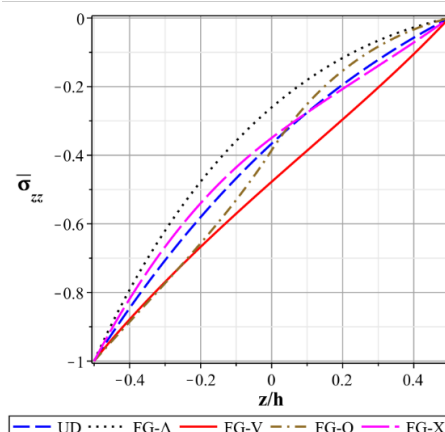
a) Chuyển vị $\bar{w}$



b) Ứng suất $\bar{\sigma}_{\xi\xi}$



c) Ứng suất $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$



d) Ứng suất $\bar{\sigma}_{zz}$

Hình 2 Ảnh hưởng của kiểu phân bố đến nhiệt độ, chuyển vị và ứng suất theo chiều dày tại $\xi = l/2R$

Từ kết quả ảnh hưởng của kiểu phân bố CNT đến phân bố nhiệt độ theo chiều dày, chuyển vị và ứng suất không thứ nguyên theo chiều dày tại vị trí điểm giữa của vỏ được thể hiện ở hình 2, ta thấy:

Kiểu phân bố CNT ảnh hưởng lớn đến phân bố nhiệt độ, chuyển vị và ứng suất của vỏ. Hàm nhiệt độ của trường hợp phân bố đều UD là hàm tuyến tính, các trường hợp khác FG- Λ và FG-V, FG-O và FG-X đối xứng nhau theo từng cặp qua đường nhiệt độ của UD. Điều này có thể giải thích là hàm tỷ lệ thể tích có tính đối xứng từng cặp qua đường phân bố đều UD. Chuyển vị trong trường hợp phân bố kiểu FG- Λ là nhỏ nhất. Đối với các ứng suất ta thấy đồ thị của trường hợp phân bố UD nằm giữa hai kiểu phân bố FG- Λ và FG-V.

Về mức độ ảnh hưởng, kiểu phân bố ảnh hưởng đến các thành phần ứng suất $\bar{\sigma}_{\xi\xi}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}$ nhiều hơn đối với $\bar{\sigma}_{zz}$. Sự ảnh hưởng của kiểu phân bố đến các ứng suất $\bar{\sigma}_{\xi\xi}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}$ thể hiện rõ nét ở mặt trong và mặt ngoài, tương ứng tại mặt trong và mặt ngoài thì giá trị của tỷ lệ thể tích V_{CNT} đạt giá trị cực đại. Xu hướng biến thiên của $\bar{\sigma}_{\xi\xi}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}, \bar{\sigma}_{zz}$ trong các trường hợp FG- Λ và FG-V, FG-O và FG-X là ngược nhau ứng với quy luật biến thiên của V_{CNT} ngược nhau. Giá trị các ứng suất của kiểu phân bố UD biến thiên gần như tuyến tính và nằm giữa các đường ứng suất của FG- Λ và FG-V, FG-O và FG-X. Các ứng suất $\bar{\sigma}_{\xi\xi}, \bar{\sigma}_{zz}$ của trường hợp phân bố FG-V khi chịu tải áp suất trong, nhiệt độ mặt ngoài cao mặt trong xét về giá trị tuyệt đối là lớn nhất trong các kiểu phân bố.

3.3. Ảnh hưởng của tải trọng nhiệt

Thực hiện khảo sát ảnh hưởng của tải trọng nhiệt đối với vỏ trụ FG-V ngàm hai đầu. Thông số hình học, vật liệu, tải trọng áp suất của vỏ được xét như ở phần trước. Nhiệt độ bề mặt ngoài lần lượt xét là $T_{out}=300; 400; 500; 600$ K, điều kiện nhiệt độ ở mặt trong là $T_{in}=300$ K. Hình 3 thể hiện ảnh hưởng của tải trọng nhiệt đến phân bố nhiệt độ, chuyển vị, ứng suất tại vị trí giữa của vỏ. Từ Hình 3 ta thấy:

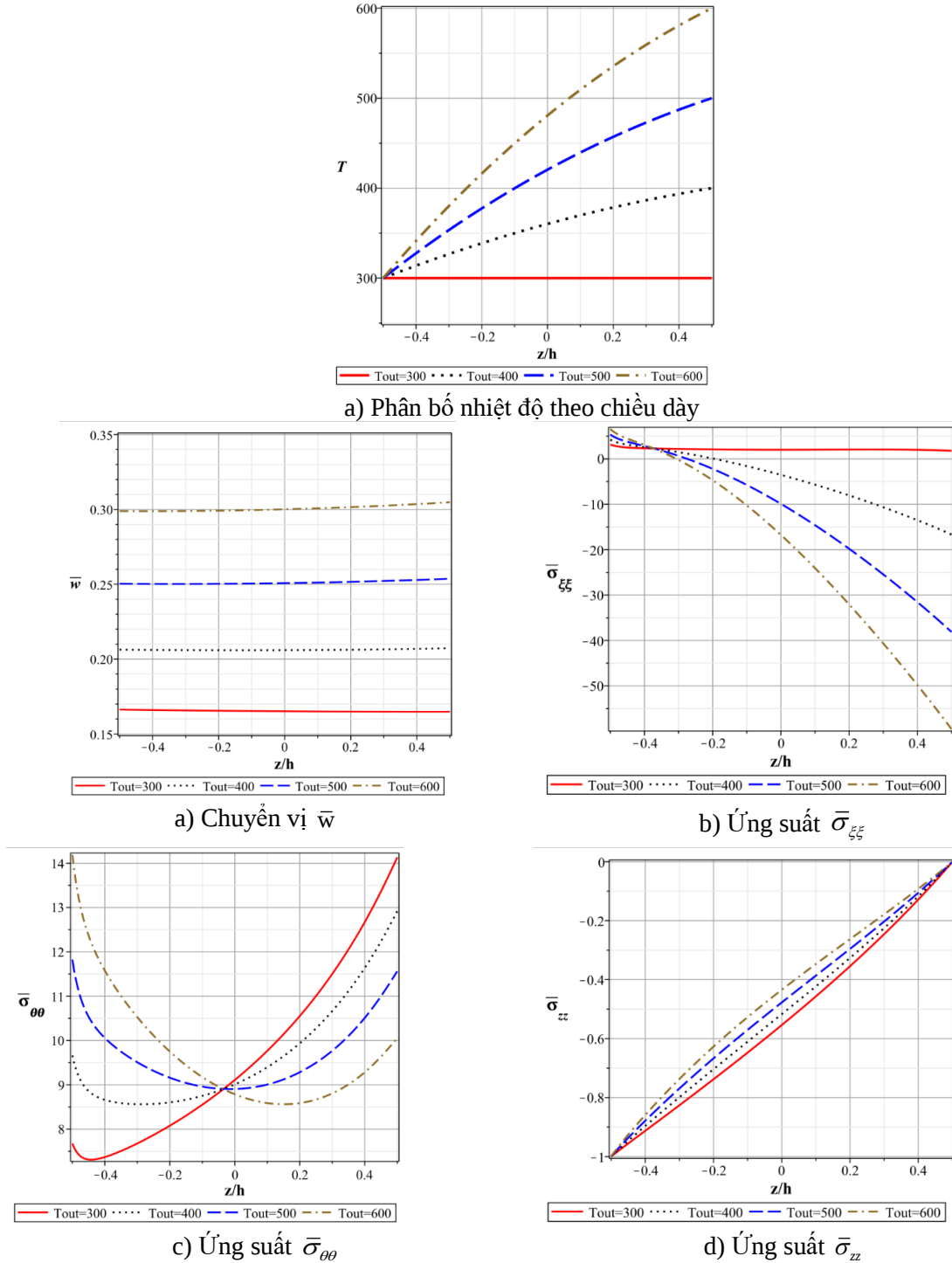
Tải trọng nhiệt ảnh hưởng lớn đến phân bố nhiệt độ, chuyển vị và ứng suất của vỏ. Khi nhiệt độ bề mặt ngoài tăng thì chuyển vị tăng. Giá trị $\bar{w}$ khi $T_{out}=600$ K tương ứng xấp xỉ bằng 180%; 146%; 120% so với các trường hợp $T_{out}=300; 400; 500$ K.

Về mức độ ảnh hưởng, tải trọng nhiệt ảnh hưởng đến các thành phần ứng suất $\bar{\sigma}_{\xi\xi}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}$ nhiều hơn đối với $\bar{\sigma}_{zz}$. Sự ảnh hưởng của tải trọng nhiệt đến ứng suất $\bar{\sigma}_{\xi\xi}$ tăng dần từ mặt trong ra mặt ngoài tương ứng với giá trị tỷ lệ thể tích V_{CNT} tăng từ 0 đến giá trị lớn nhất. Giá trị độ lớn của $\bar{\sigma}_{\xi\xi}$ trong các trường hợp $T_{out}=300; 400; 500; 600$ K tương ứng là 1.6; 16.8; 38.2; 59.5. Sự ảnh hưởng của tải trọng nhiệt đến ứng suất $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ thể hiện rõ nét ở cả mặt trong và mặt ngoài. Xu hướng biến thiên của $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ biến thiên quanh giá trị $\bar{\sigma}_{\theta\theta} \approx 9$ tại lớp có vị trí $\bar{z} = -0.04$. Giá trị $\bar{\sigma}_{zz}$ biến thiên gần như tuyến tính từ giá trị áp suất ở mặt trong đến giá trị áp suất ở mặt ngoài.

4. Kết luận

Bài báo đã thực hiện xây dựng được mô hình tính toán vỏ trụ FG-CNTRC chịu tải trọng cơ nhiệt sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao có tính đến ứng suất pháp tuyến và xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ đến các thông số vật liệu. Phân bố nhiệt độ trong vỏ được xác định từ phương trình truyền nhiệt và điều kiện biên nhiệt độ ở mặt trong và mặt ngoài. Hàm phân bố nhiệt độ thể được sự ảnh hưởng của các thông số vật liệu. Hệ phương trình cân bằng được giải bằng cách sử dụng phương pháp phân tích chuyển vị thành chuỗi lượng giác đơn, kết hợp với phép biến đổi Laplace. Mô hình và phương pháp tính toán được kiểm chứng với các kết quả đã được công bố cho thấy đảm bảo độ tin cậy. Bài báo đã tiến hành khảo sát ảnh hưởng của kiểu phân bố CNT, tải trọng nhiệt đến các đặc trưng phân bố nhiệt độ, chuyển

vị, ứng suất trong vỏ. Các kết quả khảo sát phù hợp với thực tế và có thể được sử dụng trong quá trình thiết kế, tính toán vỏ trụ chịu tải cơ nhiệt bằng vật liệu FG-CNTRC.



Hình 3 Ảnh hưởng của tải trọng nhiệt đến nhiệt độ, chuyển vị và ứng suất theo chiều dày tại $\xi = l/2R$

Tài liệu tham khảo

- [1] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, **354**, (6348), (1991), pp. 56-58.
- [2] M. Loos, *Carbon nanotube reinforced composites: CNT Polymer Science and Technology*: Elsevier,

- (2014).
- [3] H.-S. Shen, Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, *Composite Structures*, **91**, (1), (2009), pp. 9-19.
 - [4] H.-S. Shen, Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells, *Composites Part B: Engineering*, **43**, (3), (2012), pp. 1030-1038.
 - [5] H.-S. Shen and Y. Xiang, Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environment, *Composites Part B: Engineering*, **52**, (2013), pp. 311-322.
 - [6] H.-S. Shen and Y. Xiang, Nonlinear bending of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments, *Engineering Structures*, **80**, (2014), pp. 163-172.
 - [7] D. G. Ninh and D. H. Bich, Characteristics of nonlinear vibration of nanocomposite cylindrical shells with piezoelectric actuators under thermo-mechanical loads, *Aerospace Science Technology*, **77**, (2018), pp. 595-609.
 - [8] H. Van Tung and L. T. N. Trang, Imperfection and tangential edge constraint sensitivities of thermomechanical nonlinear response of pressure-loaded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panels, *Acta Mechanica*, **229**, (5), (2018), pp. 1949-1969.
 - [9] D. T. Dong, V. H. Nam, N. T. Phuong, L. N. Ly, V. M. Duc, N. Van Tien, T. Q. Minh, V. T. Hung, and P. H. Quan, An analytical approach of nonlinear buckling behavior of longitudinally compressed carbon nanotube-reinforced (CNTR) cylindrical shells with CNTR stiffeners in thermal environment, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **102**, (4), (2022), p. e202100228.
 - [10] N. Van Thanh, V. Dinh Quang, N. Dinh Khoa, K. Seung-Eock, and N. Dinh Duc, Nonlinear dynamic response and vibration of FG CNTRC shear deformable circular cylindrical shell with temperature-dependent material properties and surrounded on elastic foundations, *Journal of Sandwich Structures Materials*, **21**, (7), (2019), pp. 2456-2483.
 - [11] A. Alibeigloo and K. Liew, Thermoelastic analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate using theory of elasticity, *Composite Structures*, **106**, (2013), pp. 873-881.
 - [12] A. Alibeigloo, Three-dimensional thermoelasticity solution of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plate embedded in piezoelectric sensor and actuator layers, *Composite Structures*, **118**, (2014), pp. 482-495.
 - [13] A. Alibeigloo, Elasticity solution of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel subjected to thermo mechanical load, *Composites Part B: Engineering*, **87**, (2016), pp. 214-226.
 - [14] P. T. Hieu and H. Van Tung, Thermomechanical postbuckling of pressure-loaded CNT-reinforced composite cylindrical shells under tangential edge constraints and various temperature conditions, *Polymer Composites*, **41**, (1), (2020), pp. 244-257.
 - [15] A. Pourasghar and Z. Chen, Thermoelastic response of CNT reinforced cylindrical panel resting on elastic foundation using theory of elasticity, *Composites Part B: Engineering*, **99**, (2016), pp. 436-444.
 - [16] A. Pourasghar, R. Moradi-Dastjerdi, M. Yas, A. Ghorbanpour Arani, and S. Kamarian, Three-dimensional analysis of carbon nanotube-reinforced cylindrical shells with temperature-dependent properties under thermal environment, *Polymer Composites*, **39**, (4), (2018), pp. 1161-1171.
 - [17] V. Q. Duong, N. D. Tran, D. T. Luat, and D. V. Thom, Static analysis and boundary effect of FG-CNTRC cylindrical shells with various boundary conditions using quasi-3D shear and normal deformations theory, *Structures*, **44**, (2022), pp. 828-850.
 - [18] N. D. Tran and T. T. Nguyen, Thermoelastic response and boundary effect of cross-ply laminated cylindrical shells based on a quasi-3D type higher-order shear deformation theory, *International Journal of Pressure Vessels Piping*, **194**, (2021), p. 104534.
 - [19] H. Gharooni, M. Ghannad, and M. Z. Nejad, Thermo-elastic analysis of clamped-clamped thick FGM cylinders by using third-order shear deformation theory, *Latin American Journal of Solids Structures*, **13**, (2016), pp. 750-774.
 - [20] H.-S. Shen, Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part I: Axially-loaded shells, *Composite Structures*, **93**, (8), (2011), pp. 2096-2108.