



Reynolds function transition in a flowing fluid in a square cavity with entrained walls

Cherkaoui Sibadi and Ghita Mangoub

EasyChair preprints are intended for rapid dissemination of research results and are integrated with the rest of EasyChair.

January 15, 2020

Transition en fonction du Reynolds dans un fluide en écoulement dans une cavité carrée à paroi entraînée

C.SIBADI¹ et G.MANGOUB¹

¹Université Hassan I^{er}, Faculté des Sciences et Techniques, Laboratoire de Ingénierie, Management Industriel et Innovation (IMII), B.P. 577, Settat, Maroc.
c.sibadi@gmail.com , ghmangoub@gmail.com

Résumé. Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude numérique de la transition en fonction du nombre de Reynolds dans un fluide visqueux incompressible en écoulement dans une cavité carrée bidimensionnelle dont les parois verticales et inférieure sont immobiles, et celle supérieure est mobile avec une vitesse horizontale constante. Les calculs numériques ont été réalisés pour une large gamme de Reynolds entre 100 et 2000. Les équations gouvernant l'écoulement sont résolues numériquement en utilisant une approche basée sur la méthode des différences avec maillage régulier et d'ordre élevé en précision. L'analyse portera sur le profil de la vitesse verticale et horizontale sur la ligne milieu de la cavité.

Mots clé : fluide incompressible, méthode des différences finies, méthode Hermitienne compacte.

Nomenclature

H	Hauteur de la cavité, m
g	Intensité de la pesanteur, m/s^2
P	Pression adimensionnelle
U_0	Vitesse de la paroi supérieure
u	Vitesse adimensionnelle longitudinale
v	Vitesse adimensionnelle transversale
(x,y)	Coordonnées adimensionnelles

Lettres grecques

ν	Viscosité cinématique, m^2/s
ψ	Fonction de courant adimensionnelle
ρ	Masse volumique du fluide, kg/m^3

Nombres adimensionnels

Re	nombre de Reynolds, $[U_0 \times H / \nu]$
------	--

1. INTRODUCTION

Les écoulements de fluide visqueux en mécanique des fluides sont régis par les équations fondamentales de Navier Stokes. Ces équations sont considérées comme des équations de bilan entre les effets convectifs et les effets de diffusion ainsi que les efforts de pression. Suivant la nature des problèmes physiques rencontrés, l'un des effets est plus important que les autres et par conséquent la nature de non linéarité qui domine dans le mouvement change. Le choix de la nature des variables semble prédéterminant en vue d'une résolution numérique.

Le traitement de ces non linéarités pose plusieurs difficultés pour la modélisation numérique. Il s'avère qu'il existe plusieurs méthodes numériques qui peuvent simuler l'une ou l'autre des non linéarités citées précédemment. Par exemple, améliorer les schémas de résolution des différences finies [1] pour le traitement au voisinage des parois. Pour le cas des écoulements à grand nombre de Reynolds, le traitement numérique pose beaucoup de difficultés qui sont liées au raffinement du maillage (matrices énormes), En plus des problèmes de convergence des schémas numériques (explicites, implicites). On peut aussi dans certains cas où le rotationnel de la vitesse est concentré dans certaines régions du domaine de l'écoulement traiter le transport du tourbillon qui en découle par des méthodes intégrales Lagrangiennes. Dans d'autres cas, il est plus commode d'utiliser une méthode Eulérienne mais intégrales pour le traitement des domaines évolutifs [2]. On peut aussi se baser sur les transformations en coordonnées curvilignes pour les problèmes à géométrie complexe. Pour le cas des faibles nombres de Reynolds,

c'est-à-dire pour le traitement de la diffusion, on peut par exemple utiliser la méthode des volumes finis [3]. Il s'avère qu'aucune de ces méthodes n'est en mesure de traiter toutes les non linéarités.

Dans la présente étude, les équations gouvernantes sont résolues numériquement en utilisant une approche basée sur la méthode des différences finie avec maillage régulier mais d'ordre élevé en précision en espace et en temps afin d'examiner l'effet du nombre de Reynolds sur l'évolution du profil de la vitesse en certains endroits du domaine dans lequel a lieu l'écoulement.

2. POSITION DU PROBLEME : EQUATIONS ET CONDITIONS AUX LIMITES

Fluide visqueux incompressible en écoulement dans une cavité bidimensionnelle carrée à paroi supérieur entraînée avec vitesse horizontale constante.

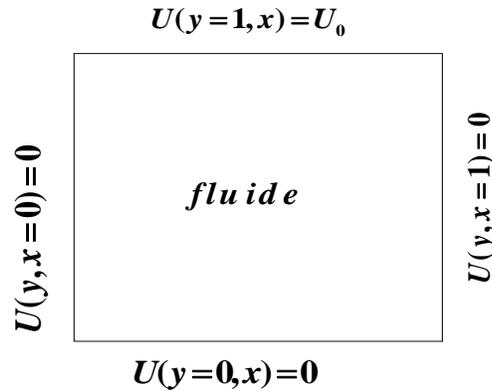


Figure 1 : Position du problème

En variables primitives :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \frac{1}{\Re} \Delta \vec{V} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \end{cases}$$

En formulation vitesse – tourbillon et pour le cas où les forces de volume dérivent d'un potentiel, ce système s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\omega \vec{V}) &= \frac{1}{\Re} \Delta \omega \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{V} &= \omega \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{V} &= 0 \end{aligned}$$

Dans le cas d'un écoulement plan ou bien axisymétrique, cette dernière équation conduit à l'existence d'une fonction appelée fonction de courant liée à la vitesse par la relation $\vec{V} = \vec{\nabla} \wedge \psi$, en plus de l'équation $\vec{\nabla} \wedge \vec{V} = \omega$, on obtient l'équation suivante pour la fonction de courant : $\Delta \psi = -\omega$

Ce qui nous donne les équations de Navier Stokes en formulation adimensionnelle, en variables fonction de courant – tourbillon.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\omega \vec{V}) &= \frac{1}{\Re} \Delta \omega \\ \vec{V} &= \vec{\nabla} \wedge \psi \\ \Delta \psi &= -\omega \end{aligned}$$

3. APPROCHE NUMÉRIQUE

La méthode de différences finies retenue est celle de précision mixte. Cette méthode a été développée par T.P.Loc et O. Daube[4]. Dans cette méthode, les équations de Navier Stokes et de continuité sont écrites en formulation fonction de courant - tourbillon. La résolution des équations est obtenue par une combinaison de deux schémas aux différences finies de précisions $O(h^2)$ pour l'équation du tourbillon et $O(h^4)$ pour l'équation de la fonction de courant. Une des raisons de ce choix repose sur l'expérience acquise par notre équipe sur l'utilisation de cette méthode pour la résolution des équations de Navier – Stokes.

4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Le problème de l'écoulement d'un fluide visqueux dans la cavité considérée est gouverné par la dimension de la cavité, et le nombre de Reynolds, Re . Les simulations numériques ont montré que l'influence du confinement latéral ne se fait pas sentir et il en résulte que les paramètres de contrôle de l'étude sont restreints au nombre de Reynolds Re .

Les lignes de courant des exemples typiques de lignes de courant sont présentées dans la figure 2, pour différentes valeur du nombre de Reynolds. En premier lieu, il est intéressant de remarquer que l'écoulement est unicellulaire tournant dans le sens horaire, comme conséquence de l'aspect coopératif des effets de cisaillement et de flottabilité, qui agissent ensemble de gauche à droite. On peut aussi constater le parallélisme de l'écoulement.

En plus de cela, la symétrie observée pour l'écoulement dû à un effet de flottabilité prépondérant est généralement brisée par celui de cisaillement. Mais pour des forts nombre de Reynolds il apparait dans l'écoulement des cellules secondaires dans les deux coins inférieurs, une augmentation de Re rend les lignes de courants relativement distordues près de la paroi supérieure en mouvement. Par conséquent, une augmentation progressive de Re rend plus fort l'effet de flottabilité, ce qui donne lieu à un écoulement presque symétrique, caractérisé par des lignes de courant quasi-équidistantes

Le profil de vitesse au milieu de la cavité sur les figures 4 et 6, pour les valeurs de $100 < Re < 200$, le profil de la composante verticale V de la vitesse varie paraboliquement en fonction de y pour $x=0.5$. On observe la même forme de variation du profil de la composante horizontale U de la vitesse en fonction de x pour $y=0.5$ sur les figures 3 et 5.

Pour des valeurs de Re plus importantes, on constate que la composante U de vitesse de l'écoulement varie presque linéairement en fonction de y pour $0.4 < y < 1$, alors qu'on perd cette linéarité pour la composante normale V la vitesse en fonction de x pour $y=0.5$

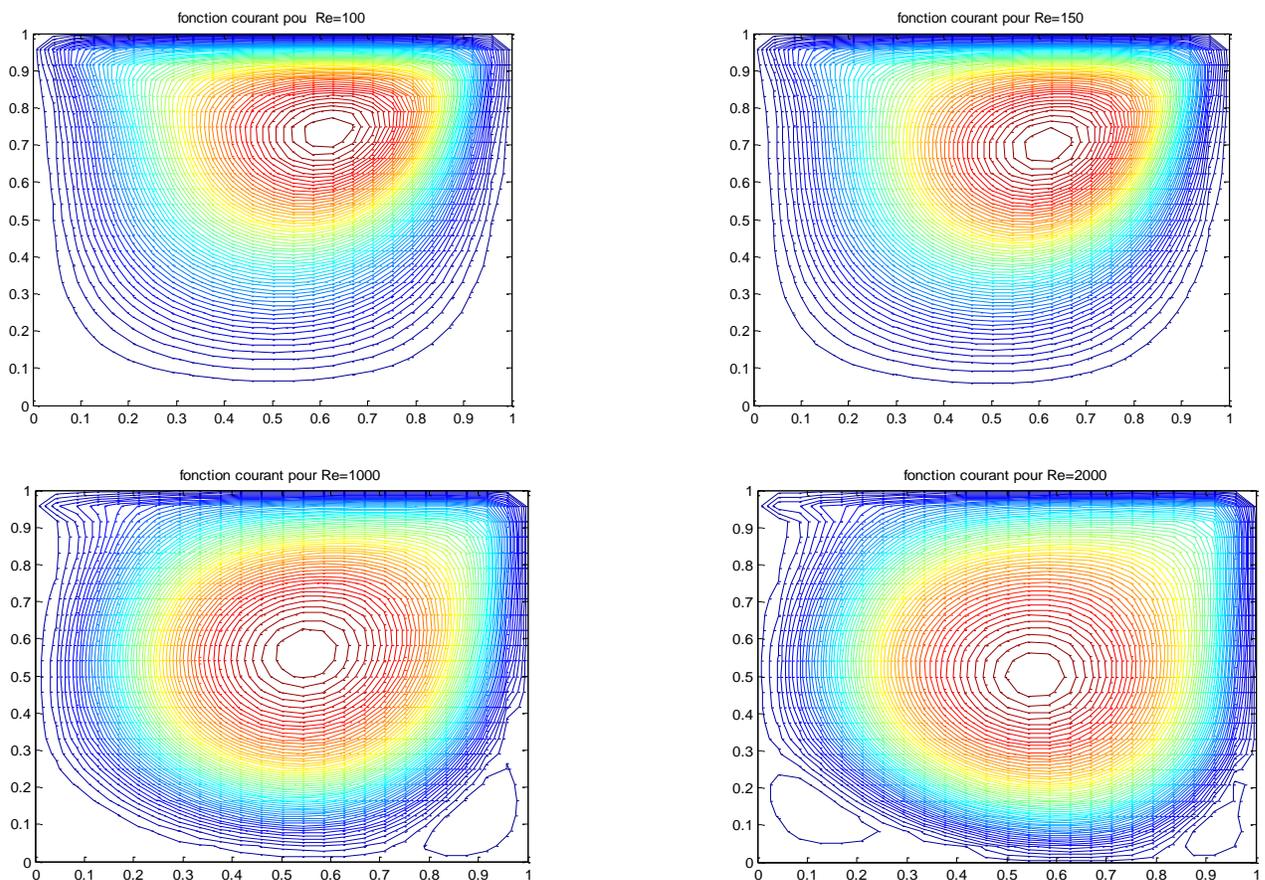


Figure 2 : Lignes de courant pour $Re=100, 150, 1000$ et 2000

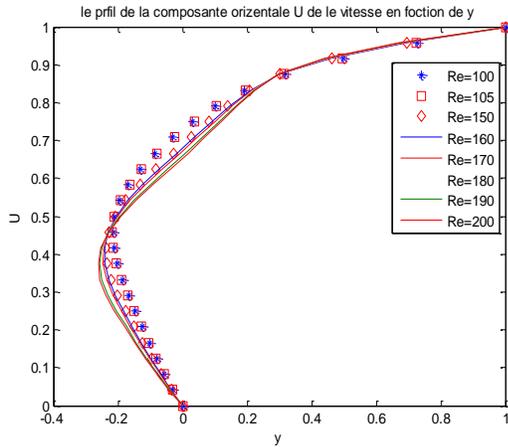


Figure 3 : $U(x=0.5, y)$

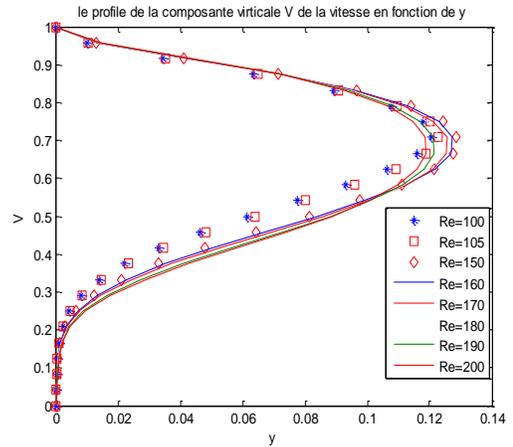


Figure 4 : $V(x=0.5, y)$

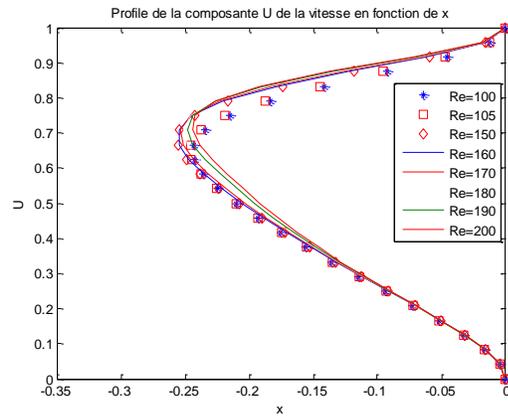


Figure 5 : $U(x, y=0.5)$

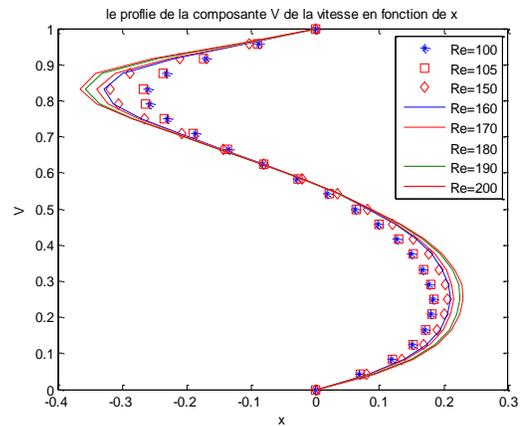


Figure 6 : $V(x, y=0.5)$

5. VALIDATION :

Dans un premier temps, nous avons validé notre code avec un autre code que nous avons construit et dans lequel nous avons utilisé la formulation vitesse tourbillon (figure 11). On constate une bonne concordance de ces résultats avec ceux obtenus par Katuhiko God[5](figure 12).

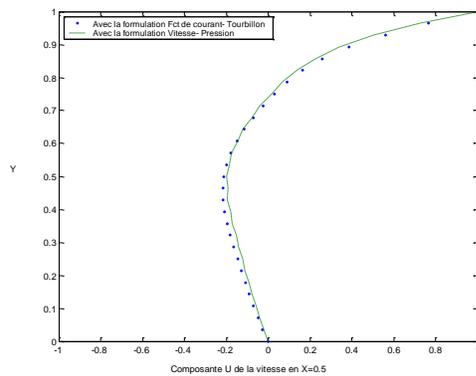


Figure 11 : $U(x, y=0.5)$ pour $Re=100, LX=1, LY=1, NX=NY=29, Dt=0.03, t=25$

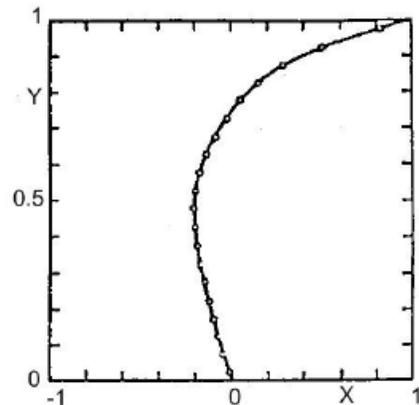


Figure 12 : $U(x, y=0.5)$ Katuhiko God

6. CONCLUSION:

L'étude numérique dans une cavité carrée remplie d'un fluide visqueux incompressible, est entreprise dans le cas où les parois verticales et inférieure sont immobiles, alors que celle supérieure est animée d'un mouvement uniforme. Les résultats obtenus montrent la forte influence du nombre de Reynolds sur le champ dynamique résultant pour les gammes de Reynolds élevé. Par conséquent la transition entre deux valeurs du nombre de Reynolds de cette gamme doit être considérée avec beaucoup de précaution et validés avec d'autres travaux pour pouvoir trancher sur la prédiction de l'écoulement.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] R. Peyret, T. D. Taylor, Computational methods for fluid flow, Springer series, ISBN 0-387-11147-6.

[2] M. Chagdali, Simulation numérique d'écoulements à surface libre d'un fluide visqueux incompressible, Thèse de Doctorat d'État de l'Université Hassan II Mohammedia, Casablanca 1990.

[3] R. Vilsmeir, F. Benkhaldoun, D. Hänel, Finite volumes for complex, Applications II, Problems and perspectives, Sermes Sciences Publications, 1999.

[4] O. Daube, T. P. Loc, Etude numérique d'écoulements instationnaires de fluides visqueux incompressibles autour de corps profilés, par une méthode combinée d'ordre $O(h^2)$ et $O(h^4)$, Journal de mécanique Vol 17 n°6, 1978.

[5] Katuhiko God Amultistep technique with implicit difference schemes for calculating two or three dimensional cavity flow', J. of Comput. Phys, Vol. 30. P. 76-95, 1979